

## ANÁLISE DO MOMENTO EM VIGAS CELULARES CONSIDERANDO A FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO

Felipe Piana Vendramell Ferreira <sup>1</sup>

Carlos Humberto Martins <sup>2</sup>

Washington Batista Vieira <sup>3</sup>

Alexandre Rossi <sup>4</sup>

### RESUMO

O Método dos Elementos Finitos (MEF) originou-se da necessidade de se desenvolver procedimentos aproximados que pudessem ser aplicados independente da forma da estrutura e do tipo de carregamento, dentro da precisão aceitável para um problema de engenharia. As vigas alveolares são apropriadas para vencer grandes vãos ou para condições em que a deformação condiciona o dimensionamento. Em específico, as vigas celulares apresentam forte apelo arquitetônico devido ao grande número de possibilidades alcançados com os mais diversos tipos de diâmetros. Outra importante vantagem das vigas celulares é a possibilidade da passagem de dutos de utilidades dentro das aberturas, evitando corte na alma ou aumento da altura da construção, que ocorre necessariamente quando os dutos passam sob as vigas. Neste trabalho, apresenta-se uma análise numérica de vigas metálicas em perfis laminados de abas paralelas junto às análises de vigas celulares, utilizando-se para isso do *software* ABAQUS, sendo simuladas por meio da aplicação de momento constante e das condições de contorno que permitam simular o vínculo de garfo. Analisa-se também a flambagem lateral por torção em vigas celulares por meio do *software* ABAQUS, visando a obtenção do momento crítico em função da esbeltez. Verificou-se que não houve diferenças significativas entre os valores do momento crítico obtidos no ABAQUS para o momento crítico, o cálculo analítico da NBR 8800:2008 e o procedimento proposto por Abreu, Fakury e Castro e Silva (2010).

**Palavras-chave:** Momento Crítico. Vigas Celulares. Análise Numérica. ABAQUS.

---

<sup>1</sup> Graduando, Universidade Estadual de Maringá-UEM, Programa de Iniciação Científica – PIC, fpiana@live.com

<sup>2</sup> Prof. Dr., Universidade Estadual de Maringá-UEM, Departamento de Engenharia Civil – DEC, chmartins@uem.br

<sup>3</sup> Prof. Dr., Universidade Federal de Itajubá-UNIFEI, Campus Itabira, vieira@unifei.edu.br

<sup>4</sup> Graduando, Universidade Estadual de Maringá-UEM, Programa de Iniciação Científica – PIBIC, alexandre-rossi@hotmail.com

## 1. INTRODUÇÃO

Os Métodos analíticos Clássicos permitem o cálculo da resposta exata dos deslocamentos, deformações e tensões em todos os pontos de uma estrutura, isto é, nos seus infinitos pontos. Porém estas soluções exatas são somente conhecidas para alguns poucos casos, que fogem da maioria das aplicações práticas.

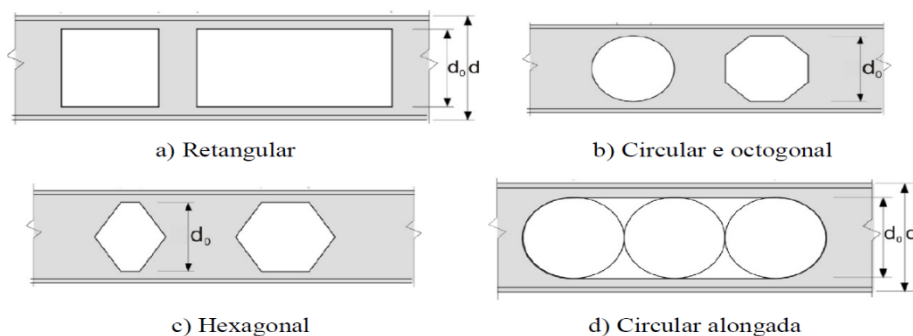
O Método dos Elementos Finitos (MEF) originou-se da necessidade de se desenvolver procedimentos aproximados que pudessem ser aplicados independentes da forma da estrutura e do tipo de carregamento, dentro da precisão aceitável para um problema de engenharia.

O MEF tem inúmeras aplicações nas áreas de Engenharia, Física e Matemática, tais como: análise das estruturas, estudo das vibrações, transferência de calor, ondas eletromagnéticas, dentre outras. É um método aproximado de cálculo de sistemas contínuos, onde o contínuo é subdividido em um número finito de partes (os elementos), conectadas entre si por intermédio de pontos discretos, que são chamados de nós. A esta subdivisão da estrutura em elementos, denomina-se malha.

O trabalho pretende analisar a Flambagem Lateral por Torção (FLT) em vigas celulares por meio do software ABAQUS, considerando análise linear. Com esse software é possível analisar as tensões e os deslocamentos nas mais diversas estruturas considerando vários tipos de elementos finitos, modelos e análises.

### 1.1. Vigas Celulares

Vigas com aberturas sequenciais na alma, denominadas usualmente vigas alveolares, são bastante empregadas nos países do primeiro mundo, mas ainda pouco usadas no Brasil. Não existem regras rígidas para a escolha da geometria das aberturas (alvéolos), mas estas, por facilidade de fabricação, geralmente possuem formas regulares, como retangular, circular, octogonal, hexagonal e circular alongada, conforme ilustrado na Figura 1.



**Figura 1 – Geometria das aberturas**

Fonte: LIU & CHUNG (2003)

Embora praticamente sem muito uso no Brasil, as vigas com aberturas sequenciais na alma são bastante empregadas em outros países, especialmente naqueles do chamado primeiro mundo. Quando as aberturas têm a forma circular, essas vigas são denominadas vigas celulares. A fabricação de vigas celulares como mostra a Figura 2, é feita a partir de um perfil I laminado, no qual são efetuados dois cortes longitudinais, sendo cada corte constituído por módulos contínuos formados por uma semicircunferência seguida de um pequeno segmento reto. Posteriormente, as duas metades são defasadas e soldadas entre si pelos segmentos retos. O resultado é uma viga que, com praticamente a mesma quantidade de aço do perfil laminado original, possui capacidade resistente à flexão muito superior à deste último, em decorrência da maior altura da seção transversal (esse aumento de altura pode superar 50%).



**Figura 2 – Exemplo de fabricação de uma viga celular**  
Fonte: <http://www.asdwestok.co.uk/> - acessado em: 05 maio,2015.

As vigas celulares são apropriadas também para vencer grandes vãos ou para condições em que a deformação condiciona o dimensionamento. Conforme mostradas nas figuras 3 e 4, as vigas celulares apresentam forte apelo arquitetônico devido ao grande número de possibilidades alcançados com os mais diversos tipos de aberturas. Outra importante vantagem das vigas celulares é a possibilidade da passagem de dutos de utilidades dentro das aberturas, evitando corte na alma ou aumento da altura da construção, que ocorre necessariamente quando os dutos passam sob as vigas.



**Figura 3 – Vigas celulares permitem vencer grandes vãos e facilitam a integração com instalações e sistemas de forro**

Fonte: <http://www.asdwestok.co.uk/> - acessado em: 05 maio, 2015.

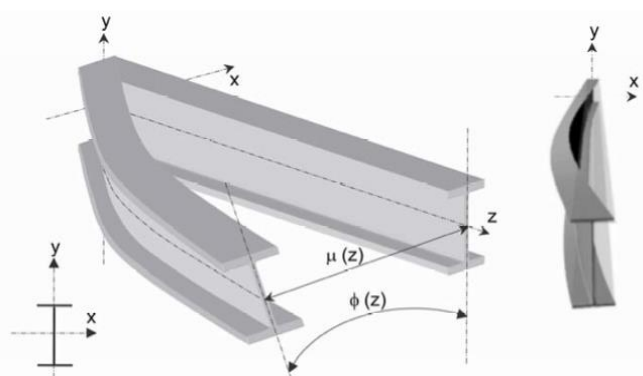


**Figura 4 – Aspecto estético das vigas celulares, que conferem um grande apelo arquitetônico**

Fonte: <http://www.asdwestok.co.uk/> - acessado em: 05 maio, 2015.

## 1.2. Flambagem lateral com torção

Pela definição, a FLT (Flambagem Lateral com Torção) é um estado limite último que pode ocorrer nas vigas, causado pelo momento fletor atuante em relação ao eixo de maior momento de inércia da seção transversal (eixo  $x$ , perpendicular à alma). Os tipos de seções transversais mais adequados para a flexão são aqueles com maior inércia no plano de flexão, isto é, com áreas mais afastadas do eixo neutro. O ideal, portanto é concentrar as áreas em duas chapas, uma superior e outra inferior, ligando-as por uma chapa fina. Segundo Bezerra (2011), nos perfis I, pode ser explicado pelo fato da parte comprimida da seção transversal tornar-se instável, mas por ser ligada continuamente por meio da alma à parte tracionada, o efeito estabilizador desta faz com que ocorra uma translação lateral  $\mu(z)$  acrescida de uma torção  $\phi(z)$ , conforme a Figura 5.



**Figura 5 – Flambagem lateral com torção**

Fonte: SAYED-AHMED (2005, apud Bezerra, 2011)

De acordo com Reis (1996), a resistência das vigas à flambagem lateral com torção depende de diversos fatores, entre os quais o comprimento do trecho sem contenção à flambagem lateral com torção (comprimento destravado), as condições de contorno nas extremidades do comprimento destravado (especialmente se a torção e o empenamento são ou não impedidos – quando a torção é impedida e o empenamento é liberado), tem-se o chamado vínculo de garfo.

## 2. DESENVOLVIMENTO

Abreu, Fakury e Castro e Silva (2010) propuseram um procedimento para determinação do momento fletor resistente nominal de vigas de aço celulares, para o estado-limite último de flambagem lateral com torção, para os casos em que as vigas possuem vínculo de garfo (empenamento livre e torção impedida) nas extremidades do comprimento destravado e estejam submetidas aos casos de momento uniforme.

Este trabalho foram realizadas análises com finalidade de se realizar uma comparação dos resultados numéricos obtidos com os resultados analíticos da NBR 8800:2008 e do procedimento proposto por Abreu, Fakury e Castro e Silva (2010).

### 2.1. A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008

A norma ABNT NBR 8800:2008 apresenta um procedimento para o cálculo do momento fletor resistente nominal à flambagem lateral com torção de vigas com seção I de alma cheia que atendam às condições:

- vínculos de garfo nas extremidades do comprimento destravado;
- forças transversais externas aplicadas na semi-altura da seção transversal;
- seção transversal constante ao longo do comprimento destravado.

Adicionalmente, o procedimento não leva em conta a distorção da alma, que não é significativa em vigas de alma cheia. Deve-se salientar que o procedimento ABNT NBR 8800:2008 conduz aos mesmos resultados do procedimento da norma americana ANSI/AISC 360-05. Segundo Bezerra (2011) a norma brasileira, seguindo a americana, trabalha com um índice de confiabilidade em torno de 2,6 e despreza as imperfeições geométricas iniciais.

O momento fletor resistente nominal para o estado-limite último de flambagem lateral com torção, para vigas com seção I com dois eixos de simetria, fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia (eixo x), em regime elástico, é dado pela equação (1):

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left( 1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w} \right)} \quad (1)$$

em que:

- $M_{cr}$ : momento crítico para FLT;
- $C_b$ : coeficiente que depende da distribuição do momento fletor na viga;
- $E$ : módulo de elasticidade do aço;
- $I_y$ : momento de inércia em relação ao eixo da altura do perfil;
- $L_b$ : comprimento destravado da viga;
- $C_w$ : coeficiente que depende da geometria do perfil;
- $J$ : constante de torção;

As outras expressões de cálculos, poderão ser encontradas na ABNT NBR 8800:2008 para um melhor entendimento.

### 2.2. O procedimento proposto por Abreu, Fakury e Castro e Silva (2010)

Majorando o  $L_r$  em 20%, teremos  $L_{r,cor}$ . O procedimento proposto, pode ser assim resumido:



- se  $L_b > L_{r,cor}$ , com:

$$L_{r,cor} = \frac{1,66\sqrt{I_y J}}{J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27C_w \beta_1^2}{I_y}}} \quad (2)$$

e:

$$\beta_1 = \frac{0,7 f_y W_x}{EJ} \quad (3)$$

em que:  $f_y$ : resistência ao escoamento do aço;  
 $W_x$ : módulo resistente elástico da seção transversal em relação ao eixo central perpendicular a alma;  
 $E$ : módulo de elasticidade do aço;

tem-se:

$$M_{Rk} = M_{cr} = \frac{C_b \pi E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left( 1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w} \right)} \quad (4)$$

- se  $L_p < L_b < L_{r,cor}$ , com

$$L_p = 1,76 r_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5)$$

em que:  $r_y$  : raio de giração em relação ao eixo central que passa pelo plano médio da alma;

tem-se que:

$$M_{Rk} = M_{cr} = C_b \left[ 0,90 M_{pl} - \left( 0,90 M_{pl} - M_{r,cor} \right) \frac{L_b - L_p}{L_{r,cor} - L_p} \right] \leq 0,90 M_{pl} \quad (6)$$

em que:  $M_{pl}$  : momento de plastificação da seção transversal;  
 $M_{r,cor}$ : momento fletor correspondente ao início do escoamento;

e:

$$M_{r,cor} = \frac{0,31E}{L_{r,cor}^2} \sqrt{I_y (1000C_w + J L_b^2)} \quad (7)$$

- se  $L_b \leq L_p$

$$M_{Rk} = 0,90 M_{pl} \quad (8)$$

## 2.3. Resultados

Neste trabalho, os modelos de vigas celulares foram gerados adotando-se como originais os perfis laminados W200x22,5, W310x32,7 e W530x85, fabricados no Brasil pela GERDAU AÇOMINAS. A altura total das vigas celulares foi tomada igual a aproximadamente 1,5 vezes a altura do perfil original, o espaçamento entre centros de aberturas igual a 1,5 vezes o diâmetro destas e o diâmetro das aberturas igual a 0,7 vezes a altura total das vigas celulares correspondentes. Com os valores obtidos na análise numérica das vigas celulares por meio do programa ABAQUS (Simulia 2011), foram traçadas curvas do momento fletor resistente nominal para o estado-elástico de flambagem lateral com torção,  $M_{Rk}$ , em função do comprimento destravado  $L_b$ . Essas curvas foram comparadas com aquelas obtidas usando as prescrições da ABNT NBR 8800:2008, para as:

- Vigas constituídas pelos perfis que deram origem às vigas celulares;
- Vigas sem abertura na alma, com a mesma altura de seção transversal das vigas celulares;
- Vigas celulares, utilizando as propriedades geométricas da seção transversal líquida no centro das aberturas conforme recomenda Ward (1994).

Os resultados a seguir relaciona o momento fletor resistente nominal  $M_{Rk}$  e o comprimento destravado  $L_b$  para as vigas com perfis laminados originais W530x85, W310x32,7 e W200x22,5 submetidas a momento constante. Em todas essas figuras, as curvas estão assim legendadas (X representa um algarismo numérico):

- Viga original conforme prescrições da ABNT NBR 8800:2008 (W XXX x XX);
- Viga de alma sólida com altura da viga celular conforme prescrições da ABNT NBR 8800:2008 (VS XXX SEM ABERTURA NBR 8800);
- Viga celular conforme análise numérica feita com o programa ABAQUS (Simulia, 2011) (VC XXX – ABAQUS).

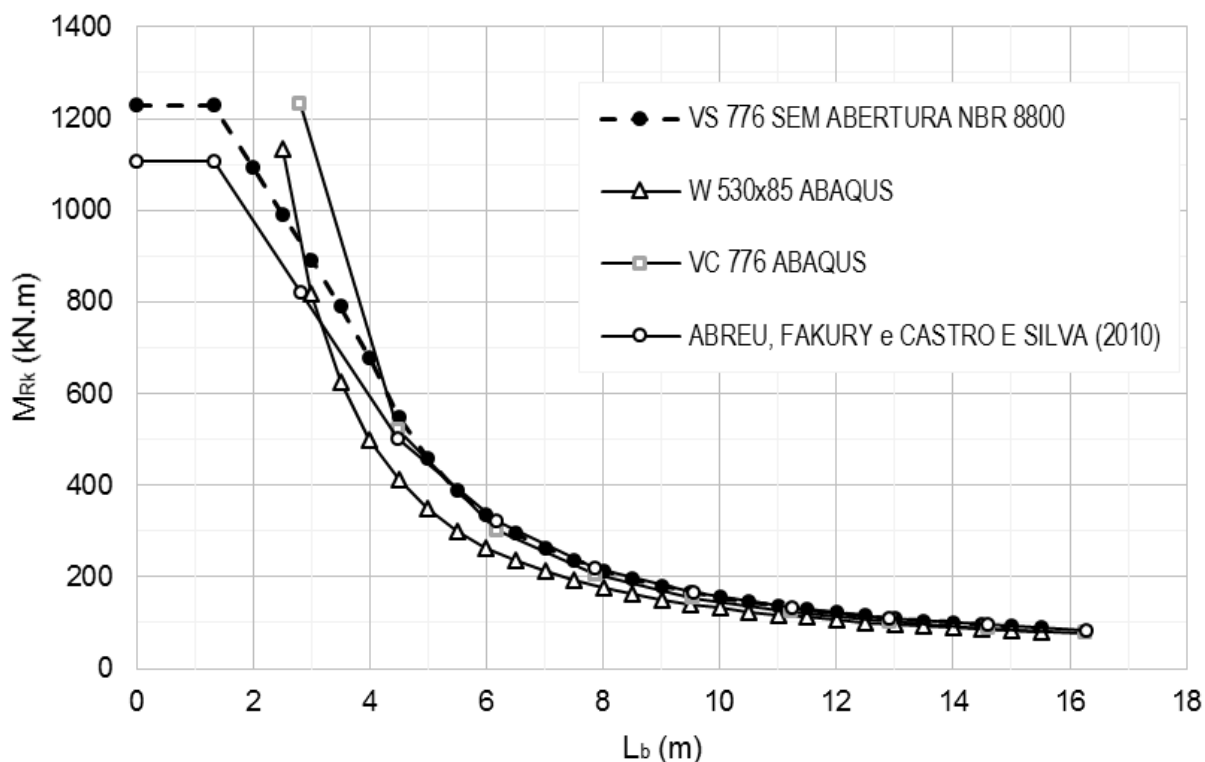
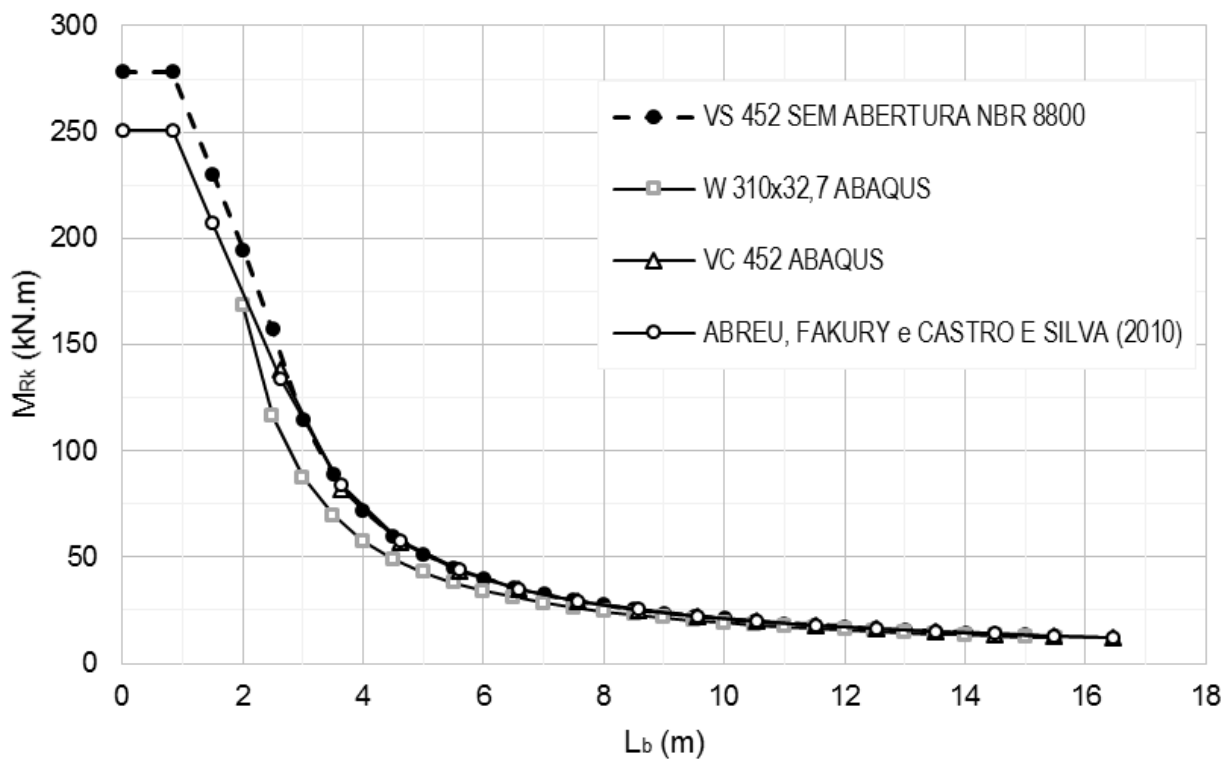
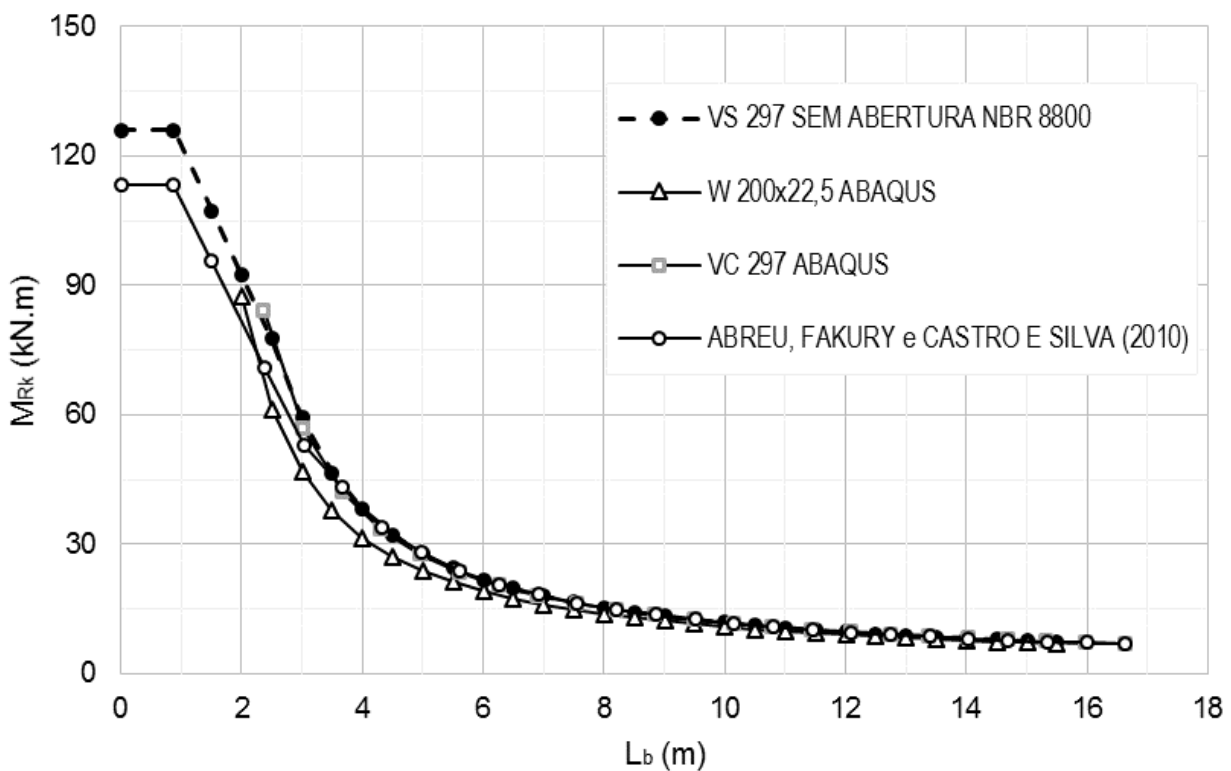


Figura 6 – Curvas  $M_{Rk}$  versus  $L_b$  para momento constante e perfil original W530x85

Fonte: AUTOR (2015)

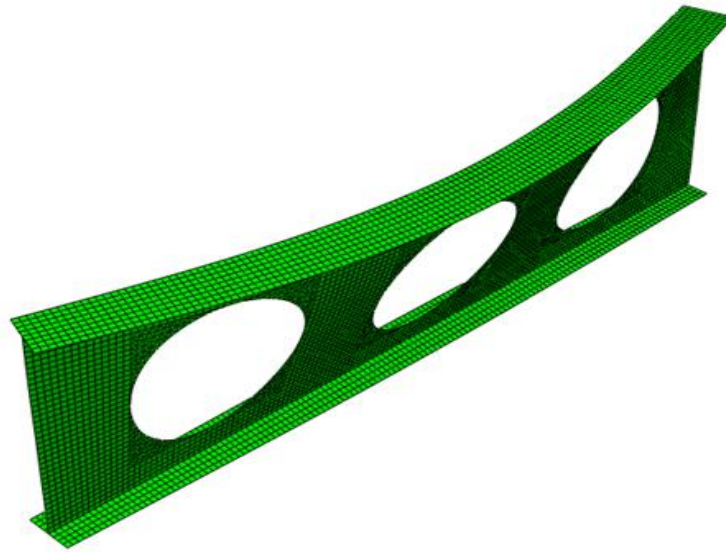


**Figura 7 – Curvas  $M_{Rk}$  versus  $L_b$  para momento constante e perfil original W310x32,7**  
 Fonte: AUTOR (2015)



**Figura 8 – Curvas  $M_{Rk}$  versus  $L_b$  para momento constante e perfil original W200x22,5**  
 Fonte: AUTOR (2015)





**Figura 9 – Exemplo do mecanismo de flambagem lateral com torção em uma viga celular de perfil W 530 x 85 e comprimento destravado de 2.8m**  
Fonte: AUTOR (2015)



**Figura 10 – Exemplo do mecanismo de flambagem lateral com torção em uma viga celular de perfil W 530 x 85 e comprimento destravado de 9,5m.**  
Fonte: AUTOR (2015)

### 3. CONCLUSÃO

De acordo com as análises realizadas, a viga celular apresentou maior momento fletor resistente em relação ao perfil laminado original, pois tem maior altura de seção transversal (expansão da altura em torno de 50%). Concluiu-se que quanto maior a altura da seção transversal, maior é a estabilidade do perfil. Além disso, as vigas celulares apresentaram menor momento resistente que as vigas de alma sólida, para um perfil de mesmo tamanho, uma vez que a alma dessas últimas, por não ter aberturas, sofre menos distorção, o que proporciona à viga maior estabilidade lateral.

Utilizando as expressões de cálculo para o momento fletor resistente da ABNT NBR 8800:2008 com as propriedades geométricas calculadas no centro da abertura, e com a constante de empenamento segundo Kohnehpooshi e Showkati (2009), obtêm-se valores mais próximos daqueles encontrados na análise numérica, com uma diferença média de no máximo 6% em regime elástico.

Por outro lado, segundo Abreu, Fakury e Castro e Silva (2010), o procedimento proposto é de fácil utilização prática, que adota a mesma formulação da ABNT NBR 8800:2008 para vigas de alma sólida, utilizando as propriedades da seção transversal no centro das aberturas e aumentando em 20% valor do comprimento destravado correspondente ao início do escoamento e assumindo como momento máximo resistente 90% do momento de plastificação.

## REFERÊNCIAS

ABREU, L. M. P; FAKURY, R. H; CASTRO E SILVA, A. L. R. (2010), Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares. In: Associação Argentina de Mecânica Computacional. Buenos Aires. Vol. XXIX, p. 7255-7271.

AMERICAN NATIONAL STANDARD ANSI/ AISC, 360-05. Specification for Structural Steel Building. AISC. Chigaco, Illionoi, USA. 2005.

ASD WESTOK, Disponível em Fonte: <http://www.asdwestok.co.uk/> - acessado em: 05 maio. 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT, NBR 8800 – Projeto e execução de estruturas de Aço de Edifícios – Métodos dos Estados Limites, Rio de Janeiro, 2008.

BEZERRA, E.M, Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Casteladas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, 2011.

CASTRO E SILVA, A. L. R. Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial. Tese de doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.

KOHNEHPOOSHI, O.; SHOWKATI. H. (2009) Numerical modeling and structural behavior of elastic castellated section. European Journal of Scientific Research. No. 31. Vol. 2. p. 306–18.

LIU TCH, CHUNG KF. Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: finite element investigation. Journal of Constructional Steel Research 2003; 59:1159–76.

REIS, A. L. F. (1996) O Método da Energia aplicado à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço. 155 p. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SAYED-AHMED, E. Y. (2005) Lateral torsion-flexure buckling of corrugated web steel girders. Structures & Building. No. 158. Issue SBI. p. 53-69.

SIMULIA, Dassault Systèmes Corp, “ABAQUS Documentation v. 6.12”, RI, USA; 2011.

WARD, J. K. Design of composite and non-composite cellular beams, The Steel Construction Institute, 2ª edição, 1994.